



MEGOLDÁSOK

1.) Egy iskolában a Zöldfülűek Báljára üdítőt rendelnek. A Kóla webáruházban egy üveg üdítő ára 500 Ft, a kiszállítás egyszeri ára a megrendelt darabszámtól függetlenül 4500 Ft. A Traubi webáruházban egy ilyen üdítő ára 520 Ft, de a megrendelt darabszámtól független kiszállítás egyszeri díja itt csak 3280 Ft. Hány üdítő megrendelése esetén kerül ugyanannyiba a vásárlás, függetlenül attól, hogy melyik webáruházból rendeljük?

Megoldás:

A két webáruházban a kiszállítási díjak közötti különbség $4500 - 3280 = 1220$ forint. Mivel az üdítő egységárai közötti különbség $520 - 500 = 20$ forint, ezért minden egyes üdítő esetén 20 forintot spórolhatunk, ha azt a Kóla webáruházban vásároljuk. **Így a kiszállítási díjak közötti különbséget $1220 : 20 = 61$ üdítő eladása esetén spórolhatjuk meg.** Ebben az esetben a vásárlás a Kóla webáruházban $61 \cdot 500 + 4500 = 35000$ forintba, és a Traubi webáruházban $61 \cdot 520 + 3280 = 35000$ forintba kerül, vagyis mindkét áruházban ugyanannyit fizetünk.

2.) Melyik az a szám, amelynek a négyszerese 2-vel kisebb, mint a nála 3-mal nagyobb szám háromszorosa?

Megoldás:

Elkészítjük azt a táblázatot, amely a feladatban szereplő szám adatok változását tartalmazza, ahol Δ -val a gondolt számot jelöljük:

Δ	1	2	3	4	7
$4 \cdot \Delta$	4	8	12	16	28
$\Delta + 3$	4	5	6	7	10
$3 \cdot (\Delta + 3)$	12	15	18	21	30

A táblázat második oszlopában látható, hogy a $4 \cdot \Delta$ értéke (a gondolt szám négyszerese) 8-cal kevesebb, mint a $3 \cdot (\Delta + 3)$ értéke (a gondolt számnál 3-mal nagyobb szám háromszorosa). A táblázat második, illetve harmadik sorából kitűnik, hogy a gondolt számot egyesével növelve a $4 \cdot \Delta$ értéke mindig 4-gyel, míg a $3 \cdot (\Delta + 3)$ értéke 3-mal változik. Tehát oszloponként haladva, a második oszloptól ($\Delta = 1$ kezdődően) hatot kell lépnünk ahhoz, hogy a $3 \cdot \Delta$ értéke 2-vel nagyobb legyen a $4 \cdot \Delta$ értékénél. **Így a gondolt szám 7-tel egyenlő és ez megfelel a feladat feltételeinek is, amint az utolsó oszlop adataiból is kitűnik.**

3.) Józsi bácsi egy őstermelő, akinek 148 birkája és 116 disznója van. Azt tervezi, hogy minden héten a vásárban elad 2 birkát és 3 disznót. Hány hét múlva lesz Józsi bácsinak kétszer annyi birkája, mint disznója?

Megoldás:

Készítsünk egy értéktáblázatot, amelyben a birkák és disznók számának alakulását szemléltetjük.

Hetek száma	0	1	2	3	21
Disznók száma	116	113	111	109	53
Birkák száma	148	146	144	142	106
Disznók számának a kétszerese	232	226	222	218	106

Mivel azt a hetet keressük, amikor a birkák száma a disznók számának a kétszeresével egyenlő, ezért a táblázatnak azt az oszlopát akarjuk megtalálni, amelyben ez a két mennyiség (a táblázat harmadik és negyedik sorának tartalma) megegyezik. Belátható, hogy az eltelt hetek függvényében a birkák száma hetente 2-vel, míg a disznók számának a kétszerese 6-tal csökken. Így a két mennyiség közötti különbség hetente 4-gyel csökken. Kezdetben ez a különbség $232 - 148 = 84$ volt, ezért $84 : 4 = 21$ hétnek kell eltelnie. **A táblázat utolsó oszlopában látható, hogy a 21. héten a birkák száma a disznók számának a kétszeresével lesz egyenlő.**

4.) András egy kalandregényt olvas. Ha naponta 20 oldalt olvasna el, a könyvet 9 nappal hamarabb olvasná ki, mintha naponta 15 oldalt olvasna. Hány oldalas a könyv?

Megoldás:

Ha naponta 15 oldalt olvasna el, akkor 9 nappal később fejezné be az olvasást. Így az utolsó 9 napon még $9 \cdot 15 = 135$ oldalt kell elolvasnia. Viszont ha naponta 20 oldalt olvasna, akkor naponta 5 oldallal többet olvasna el, ez eredményezi azt, hogy a könyvet 9 nappal hamarabb be tudja fejezni. Tehát az említett 135 oldalas „többletet” (napi 5 oldal „többletolvasással”) ő $135 : 5 = 27$ nap alatt tudja elolvasni. **Tehát naponta 20 oldalt olvasva, a könyvet 27 nap alatt fejezi be**, így a könyv $20 \cdot 27 = 540$ oldalas. Ez könnyen ellenőrizhető, ha figyelembe vesszük, hogy naponta 15 oldalt olvasva a könyvet $27 + 9 = 36$ nap alatt fejezi be, az oldalak száma ebben az esetben is $15 \cdot 36 = 540$.



MEGOLDÁSOK

- 1.) 50 pont van bejelölve egy 7 cm oldalhosszúságú négyzeten. Bizonyítsuk be, hogy a pontok közül legalább 2 lefedhető egy 1 cm oldalhosszúságú négyzettel!

Megoldás:

A négyzetet osszuk fel 49 db 1 cm oldalhosszúságú négyzetre. Ekkor a skatulyaelv értelmében van legalább egy olyan, amelyikbe az 50 pont közül legalább kettő esik bele. Így az állítást igazoltuk.

- 2.) Hét ember egyszerre vásárol egy boltban. Bizonyítsuk be, hogy közülük legalább kettőnek azonos számú ismerőse van a többiek közül!

Megoldás:

Az ismeretségek száma 7-féle lehet. (0;1;2;3;4;5;6 embert ismerhetünk a 7 közül.) De ha van olyan, aki mind a 6 másikat ismeri, akkor nem lehet olyan, aki nem ismer senkit, azaz 0 db ismerőse van. Ezért az ismeretségek közül egyszerre csak 6-tal számolhatunk. Ekkor a 7 embert a skatulyaelv értelmében az ismeretségek közé csak úgy csoportosíthatjuk, hogy közülük legalább kettőnek azonos számú ismerőse van a többiek közül. Ezt akartuk bizonyítani.

- 3.) Egy falánk ember 10 édességet evett meg egy cukros dobozból, amiben 3-féle édesség van. Találjuk meg n legnagyobb lehetséges értékét, amiről biztosan állítható, hogy a falánk ember legalább n édességet evett meg egy azonos fajtából!

Megoldás:

5 vagy annál nagyobb nem lehet n értéke, hiszen előfordulhat, hogy pl. 2-4-4 darabot evett a különböző édességekből. 3 vagy annál kisebb sem lehet, hiszen ekkor maximum 3-3-3 darabot ehetett volna, de ekkor csak 9 darabot evett volna meg. Így a helyes válasz $n = 4$.

- 4.) 40 diák versenyeznek egymással 6 feladat megoldásán egy kétnapos matematikai olimpián. Bizonyítsuk be, hogy mire véget ért a verseny közülük legalább hat ugyanannyi feladatot oldott meg!

Megoldás:

A megoldott feladatok száma 7-féle lehet. (0;1;2;3;4;5;6 feladat) Ha feltesszük az állítás ellenkezőjét, azaz azt, hogy legfeljebb öten oldottak meg ugyanannyi feladatot, akkor a 7-féle lehetőségre legfeljebb $5 \cdot 7 = 35$ diákot tudnánk elhelyezni. De mivel 40 diákunk van, ezért biztosak lehetünk benne, hogy legalább 6 diák azonos számú feladatot oldott meg.